

Dirac e le origini dell'elettrodinamica quantistica

Luisa Bonolis

**A I F - Scuola di Storia della fisica
Modena**

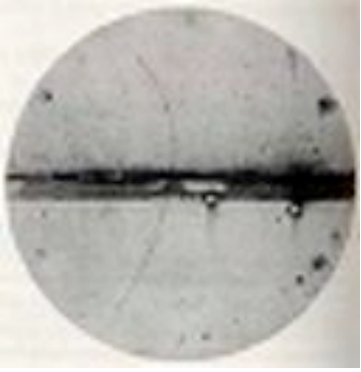
27 novembre - 2 dicembre 2006

Circa 1929

- Si ritiene che i mattoni costitutivi dei nuclei siano protoni ed elettroni
- Anche se la fondamentale distinzione tra particelle e onde è ormai rimessa completamente in discussione nell'ambito della meccanica quantistica, per comodità i fisici continuano a distinguere le “radiazioni” in due grandi gruppi:
 - Corpuscolare: “raggi” beta, “raggi” alfa, “raggi” catodici (tutti dotati di una massa ben definita).
 - Elettromagnetica: luce visibile, raggi infrarossi e ultravioletti, raggi X, raggi gamma emessi nei processi radioattivi.
- I fotoni della radiazione elettromagnetica non possiedono una massa finita e hanno origine sempre dal moto di cariche accelerate. Inoltre si distinguono l'uno dall'altro per la loro differenza in energia (dall'infrarosso ai gamma): i fotoni della luce visibile hanno energie dell'ordine di 10 eV, mentre le energie dei fotoni gamma sono dell'ordine dei MeV, come lo sono le energie delle particelle alfa e beta.

Assorbimento e perdita di energia

- Alla fine degli anni '20 la letteratura tedesca si riferiva ai raggi cosmici con il termine *Ultragammastrahlung* (radiazione ultra-gamma). Il motivo è facilmente comprensibile. A parte i raggi cosmici, la più penetrante radiazione conosciuta all'epoca erano i raggi gamma da sostanze radioattive. Il cammino libero medio dei fotoni gamma in aria risultava di centinaia di metri, mentre i raggi beta di energie confrontabili mostravano cammini di appena qualche metro e quelli delle particelle alfa erano addirittura inferiori.
- “Raggi” corpuscolari e fotoni si comportano molto diversamente nel corso dei processi di assorbimento da parte della materia. Particelle di uguale massa, carica e energia cinetica iniziale saranno dotate di un *range* analogo (che dipende dalla natura e dall'energia iniziale e dall'assorbitore). Ciò che accade ai fotoni è invece largamente dominato dal caso. Dopo aver viaggiato per una certa distanza i fotoni del fascio incidente possono essere dotati di energie molto diverse. E' possibile prevedere quindi soltanto un comportamento medio: possiamo dire che una certa frazione dei fotoni iniziali sarà scomparsa dopo aver attraversato una data massa di materia.
- Si riteneva che il processo di ionizzazione (diretta o indiretta - via effetto Compton) fosse il meccanismo all'origine dell'assorbimento.
- Questa visione si basava su due importanti assunzioni:
 - **Le particelle cariche perdono energia soltanto per ionizzazione**
 - **I fotoni perdono energia soltanto attraverso collisioni Compton**



Sorprendenti implicazioni dell'equazione di Dirac

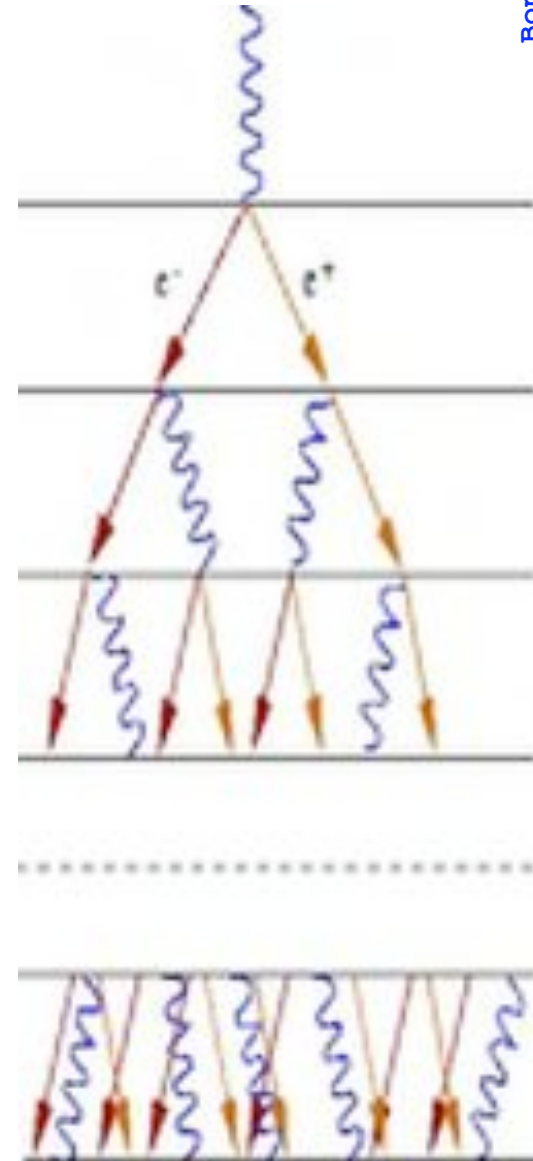


- **Effetto fotoelettrico:** fotone assorbito da un atomo ed emissione di un elettrone da uno dei gusci elettronici.
- **Effetto Compton:** un fotone viene diffuso da un elettrone atomico. Il fotone di energia iniziale W viene diffuso a un angolo ϑ con energia ridotta W' , mentre l'elettrone si sposta in un'altra direzione con energia $E'_k = W - W'$ ottenuta dal fotone.
- **Produzione di coppie:** un fotone è convertito in una coppia elettrone-positrone.
- A basse energie (inferiori a 100 keV), domina l'effetto fotoelettrico, il Compton è piccolo e la produzione di coppie è energeticamente impossibile.
- All'energia $2m_e c^2 = 1.022$ MeV diventa possibile la produzione di coppie e rapidamente diventa un processo dominante.
- I processi che interessano gli elettroni di nuovo sono: processi di ionizzazione e processi di scattering elastico in cui le perdite di energia sono molto modeste. Ma il processo più importante è quello di **Bremsstrahlung** in cui un elettrone riproduce un fotone di alta energia, soprattutto la parte cosiddetta alta della testa della bremsstrahlung.
- Bethe e Heitler svilupparono mediante l'elettrodinamica quantistica (1934), una teoria che permise loro di calcolare sia la perdita di energia di un elettrone per **Bremsstrahlung**, sia la sezione d'urto di produzione di coppie elettrone-positrone da parte di raggi gamma di alta energia.

La cascata elettromagnetica

Lo schema a cascata postula una successione di eventi: un elettrone incidente di alta energia irradia fotoni quando viene deflesso nel campo coulombiano del nucleo. Il fotone generato produce una coppia elettrone-positrone nel campo di un altro nucleo, o eccita un elettrone Compton e così via. Gli elettroni secondari subiscono lo stesso tipo di processo, il numero di particelle aumenta mentre l'energia media diminuisce e uno sciame a cascata di elettroni e fotoni si forma finché il livello di energia diventa talmente basso che non possono più generarsi i processi di foto emissione e produzione di coppie. L'energia dello sciame alla fine viene dissipata attraverso gli effetti Compton e fotoelettrico sugli elettroni atomici da parte dei fotoni e attraverso la ionizzazione e l'eccitazione degli atomi dell'assorbitore da parte degli elettroni.

Lo sviluppo di una cascata indotta da elettroni, positroni o fotoni è governato dalla **Bremsstrahlung** e dalla **produzione di coppie**.



Creazione e annichilazione di particelle

- In un istante che non può essere previsto (secondo quanto prescrive la meccanica quantistica) un atomo eccitato fa una transizione al suo stato fondamentale emettendo un fotone. Dov'era il fotone prima della transizione?
- In un istante che non può essere previsto un nucleo beta-radioattivo decade in un altro nucleo, un elettrone e un neutrino. Dov'erano l'elettrone e il neutrino prima di quel momento?
- Un atomo assorbe un fotone e va in uno stato eccitato. Dove si trova il fotone dopo l'assorbimento?
- La teoria quantistica dei campi è la struttura teorica che descrive come sono fatte le particelle e come svaniscono. È un linguaggio, una tecnica per calcolare le probabilità della creazione, annichilazione, scattering di ogni sorta di particelle: fotoni, elettroni, positroni, protoni, mesoni e altre, con metodi che hanno invariabilmente il carattere di approssimazioni successive.
- L'elettrodinamica quantistica di Dirac rappresenta il primo passo verso l'eliminazione di un preconcetto: le particelle si conservano.

L' "atomo di elettricità"

- Nella sua *Faraday Lecture* del 1881 Hermann von Helmholtz parla di un "atomo di elettricità".
- La dimostrazione dell'esistenza di questa particella carica avviene attraverso l'analisi di due differenti gruppi di fenomeni: i raggi catodici e l'effetto di campi magnetici sulle linee spettrali dell'atomo di sodio (P. Zeeman).
- H. A. Lorentz: Il fenomeno osservato da Zeeman costituisce "una prova diretta per l'esistenza di ioni" (dal diario di Zeeman, 23 novembre 1896).

L'elettrone: una particella annunciata

- **1896** - Zeeman: allargamento delle linee spettrali e splitting (tripletto)
- **1897** - “Scoperta” dell'elettrone (E. Wiechert e J. J. Thomson).
- Thomson: “È interessante notare che il valore e/m che abbiamo trovato dai raggi catodici, è dello stesso ordine di quello trovato da Zeeman nei suoi esperimenti...”.
- **1897** - Lorentz interpreta l'effetto Zeeman con la sua teoria degli *ioni*.
- **1899** - Thomson e J. S.E. Townsend ottengono un valore per la carica elettrica dell'elettrone.
- Thomson: “The atom of hydrogen contains about a thousand electrons”.

Inizia la carriera dell'elettrone

Negli anni '90 dell'Ottocento Lorentz sviluppa una elettrodinamica di corpuscoli (carichi) basata sull'esistenza di quello che il fisico irlandese George S. Stoney aveva battezzato *elettrone* nel 1891.

1899 - F. Giesel, H. Becquerel, S. Mayer, E. von Schweidler, M. e P. Curie identificano i raggi beta del decadimento radioattivo come elettroni veloci.

1900, febbraio: Paul Drude propone una teoria elettronica dei metalli.

1900, dicembre - Nel corso di una riunione della *Società tedesca di Fisica* Max Planck presenta la derivazione teorica della sua legge, che descrive la distribuzione dell'energia nella radiazione del corpo nero. Alla fine della sua relazione discute le conseguenze derivanti dai valori delle due costanti h e k . In particolare per mezzo di k (da lui battezzata *costante di Boltzmann*), e utilizzando la costante di Faraday, deriva un valore teorico per e , il quanto elementare di elettricità.

1903 - Thomson espone il suo "raisin-pudding model" dell'atomo (corpuscles).

1905 - P. Langevin formula la teoria elettronica del para- e dia-magnetismo

Teorie primi Novecento: "elettrone rigido" (Max Abraham), "elettrone deformato" (George F. Fitzgerald), teoria di Lorentz, dinamica dell'elettrone (Henri Poincaré), teoria del ferromagnetismo (Pierre Weiss).

1913 - Robert Millikan deriva sperimentalmente un valore per e vicino a quello ottenuto da Planck nel 1900.

Il “gioco delle biglie”

- In mezzo alla controversie si era fatto strada il concetto che l'idea di atomo fosse da prendere sul serio.
- Concezione di particella “elementare” secondo Maxwell: piccole sfere che collidono, si connettono e si disconnettono l'una con l'altra, ma che in sé stesse restano immutabili “restando nella precisa condizione che avevano quando iniziarono ad esistere”.

L'immagine semplicistica di “atomo biglia” comincia a vacillare. La spettroscopia indicava che gli atomi hanno delle parti mobili; la radioattività mostrava che non tutti gli atomi restano nella stessa identica condizione; la scoperta dell'elettrone e il meccanismo della ionizzazione avevano resa manifesta l'esistenza di piccole subunità materiali.

Tuttavia il lancio delle “biglie” continuò, ora era l'elettrone la più piccola entità, etichettabile dalla sua massa m , dalla sua carica e , dal suo raggio a , il cosiddetto raggio classico dell'elettrone così amato da Lorentz: $a=e^2/mc^2$. In alcuni giochi il successo dipende dall'abilità di riuscire a colpire la biglia degli avversari e a spostarla, il che generalmente avviene senza danno (collisione elastica). Anche nel caso di collisione anelastica (frammentazione delle biglie) l'energia, l'impulso e momento angolare si conservano. Così pure la massa, in eccellente approssimazione. Tutte le leggi dei corpi macroscopici si applicano bene alle piccole particelle, fino al 1905, quando le leggi del gioco vengono raffinate da una nuova cinematica: la relatività speciale.

La nuova cinematica + $E=mc^2$

- La conservazione dell'impulso e del momento angolare restano validi, ma il riconoscimento che la massa moltiplicata per il quadrato della velocità della luce è una forma speciale di energia, confluisce in un'unica legge di conservazione della massa e dell'energia. La connessione tra energia E , impulso p , e massa M di una particella libera prende una nuova forma:
$$E^2=c^2p^2 + M^2c^4.$$
- Poiché la relatività speciale ci dice che la materia non è altro che una tra le tante forme di energia, dovrebbe essere possibile, sotto particolari condizioni, convertire della materia in qualche altra forma di energia. Einstein si rese subito conto che in questo modo si poteva spiegare l'emissione di energia nei processi radioattivi. In modo analogo, si speculava sul fatto che l'annichilazione di materia avrebbe potuto generare una grande quantità di radiazione e così risolvere il problema dell'origine dell'energia stellare.
- Tutte queste considerazioni avevano tuttavia un carattere puramente fenomenologico, senza alcuna base dinamica.

Tradizione e innovazione

“Il ruolo che questa nuova costante [h] rivestiva nel corso regolare dei processi fisici restava ancora una questione del tutto oscura. Immediatamente io cercai dunque di inquadrare in un modo o nell'altro, il ‘quanto elementare di azione’ nell'ambito della teoria classica. Ma la costante si rivelò scomoda e recalcitrante ad ogni mio tentativo”.

Max Planck

•Albert Einstein 1905:

Radici classiche e violazione dei confini originari dell'ipotesi quantica di Planck.

Il quanto di luce

Albert Einstein, “Un punto di vista euristico relativo alla generazione e alla trasformazione della luce” (1905).

*“Fra le descrizioni teoriche che i fisici si sono formati dei gas e di altri corpi ponderabili, e la teoria di Maxwell dei processi elettromagnetici nel cosiddetto spazio vuoto, vi è una profonda differenza formale: o stato di un corpo completamente determinato da posizione e velocità di un numero finito, anche se grandissimo, di atomi ed elettroni, mentre per la determinazione dello stato elettromagnetico di uno spazio si utilizzano funzioni spaziali continue. Secondo la teoria di Maxwell, in tutti i fenomeni puramente elettromagnetici, e quindi anche nel caso della luce, l’energia dev’essere concepita come una funzione spaziale continua, mentre, secondo la concezione attuale dei fisici, l’energia di un corpo ponderabile dev’essere rappresentata come una somma estesa agli atomi e agli elettroni. A me sembra in effetti che le osservazioni [radiazione di corpo nero, fotoluminescenza, raggi catodici] concernenti la generazione o la trasformazione della luce appaiano più comprensibili nell’ipotesi di una distribuzione spaziale discontinua dell’energia luminosa. Secondo l’ipotesi che sarà qui considerata, quando un raggio luminoso uscente da un punto si propaga, l’**energia** non si distribuisce in modo continuo in uno spazio via via più grande; essa consiste invece in un numero finito di quanti di energia, localizzati in punti dello spazio, i quali si muovono senza dividersi e possono essere assorbiti e generati solo nella loro interezza”.* (Berna, 17 marzo 1905)

Emissione e assorbimento della radiazione secondo Einstein (1906)

Se pensiamo alle controversie di fine Ottocento sulla realtà dell'atomismo, che avevano provocato in particolare da parte di Boltzmann il riconoscimento di una irrisolta contrapposizione tra atomicità e continuità, certamente possiamo dire che altri fisici dell'epoca fossero consapevoli del dualismo particella-campo. Ma fu Einstein a richiamare con forza l'attenzione su quel dualismo che per lui costituì un problema che lo impegnò tutta la vita.

A.Einstein, “La teoria della generazione e dell'assorbimento della luce”:

“In un lavoro comparso l'anno scorso ho mostrato che la teoria di Maxwell sull'elettricità, insieme con la teoria dell'elettrone, conduce a risultati che sono in contraddizione con le esperienze sulla radiazione di corpo nero. Mi pareva allora che la teoria di Planck costituisse, per certi versi, un riscontro del mio lavoro. Tuttavia nuove considerazioni, mi hanno rivelato che il fondamento di quella teoria differisce da quello che risulterebbe dalla teoria di Maxwell e dalla teoria dell'elettrone, e precisamente in quanto essa fa implicitamente uso dell'ipotesi dei quanti di luce. Ritengo che le riflessioni precedenti, sembrano indicare che, nella sua teoria, Planck ha introdotto nella fisica un nuovo elemento ipotetico: l'ipotesi dei quanti di luce”.

(Berna, marzo 1906)

Emissione e assorbimento della radiazione secondo Einstein (1909)

A. Einstein, Lo stato attuale del problema della radiazione

Non è sufficiente assumere con Planck che l'emissione e l'assorbimento di energia avvenga per multipli di $h\nu$, ma bisogna assumere che *l'energia raggiante esista solo in multipli di $h\nu$* . Per sostenere questa affermazione Einstein prese in considerazione le fluttuazioni di energia della radiazione di corpo nero. Data una cavità che racchiuda radiazione di corpo nero alla temperatura T costante, ci si deve aspettare che l'energia di radiazione η , di frequenza tra ν e $\nu+d\nu$ e contenuta in un piccolo volume parziale V , sia soggetta a variazioni istantanee rispetto al suo valore medio. Sulla base di considerazioni termodinamiche Einstein trova che la corrispondente fluttuazione quadratica media di energia risulta

$$\overline{\Delta\eta^2} = kT^2 V d\nu \frac{du_\nu}{dT}$$

Einstein (1909)

Utilizzando la legge di Planck per esprimere la densità monocromatica di energia u_ν e sviluppando la precedente formula trova :

$$\overline{\Delta\eta^2} = Vd\nu \left[h\nu u_\nu + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} u_\nu^2 \right]$$

“L’attuale teoria della radiazione è incompatibile con tale risultato”.

Se infatti nel calcolo di anziché la formula di Planck si fosse impiegata quella di Rayleigh-Jeans ($\nu \rightarrow 0$) che è basata sulla teoria elettromagnetica, si sarebbe ottenuto solo il termine quadratico della formula, se si fosse impiegata quella di Wien ($\nu \rightarrow \infty$), si sarebbe ottenuto solo il termine u_ν . Einstein aveva già mostrato che l’ipotesi dei fotoni è consistente con la formula di Wien, che d’altra parte era verificata sperimentalmente. “Se ci fosse solo quello, darebbe luogo a fluttuazioni [prevedibili] nel caso in cui la radiazione consistesse di quanti puntiformi di energia $h\nu$, che si muovessero in modo indipendente”.

“... *disporsi dell’energia luminosa attorno a punti discreti che si muovono alla velocità della luce*” (lettera a Sommerfeld, 1909).

“È mia convinzione che la prossima fase di sviluppo della fisica teorica ci condurrà a una concezione della luce che potrà essere interpretata come una sorta di fusione della teoria ondulatoria e di quella dell’emissione...La struttura ondulatoria e quella quantistica ...non vanno considerate mutuamente incompatibili...” (1909).

Il commento di Pauli

La somma dei due contributi dimostra che l'ipotesi dell'esistenza dei quanti di luce non solo non è in contrasto con la legge di Planck, ma anzi è da essa richiesta. La formula implica ben di più: l'idea della coesistenza nella radiazione di aspetti interpretabili con la teoria ondulatoria, insieme ad aspetti interpretabili con la teoria corpuscolare della luce. Questo intervento fu presentato da Einstein al Congresso degli scienziati tedeschi tenuto a Salisburgo nel settembre del 1908. Planck prese inequivocabilmente posizione contro i quanti di luce e non fu convinto dell'argomento di Einstein sulla compatibilità delle descrizioni ondulatoria e corpuscolare perché l'ipotesi gli sembrava comunque in contraddizione con le equazioni di Maxwell. Più tardi Pauli ne sottolineò così il ruolo fondante:

“Il rapporto di Einstein sulla costituzione della radiazione...si può considerare una pietra miliare nello sviluppo della fisica teorica. Sia la relatività particolare che la teoria dei quanti sono trattate in quel rapporto, che contiene questa importante conclusione: che il processo elementare dev'essere direzionale non solo perciò che riguarda l'assorbimento, ma anche per ciò che riguarda l'emissione della radiazione, anche se questo postulato è in aperto contrasto con l'idea classica dell'emissione di un'onda sferica la quale è indispensabile alla comprensione delle proprietà di coerenza della radiazione che appaiono nelle esperienze di interferenza”.

Einstein a Michele Besso

“Non mi domando più se questi quanti esistano realmente. E neppure tento più di concepirne le caratteristiche, dal momento che ora so che il mio cervello è incapace di penetrare il problema per questa via.”

(maggio 1911)

Ottobre 1911 - Einstein (ormai professore a Praga) tiene una relazione sulla teoria dei quanti nel corso del I Convegno Solvay.

L'elettrone nella teoria semiclassica

Quando Bohr formulò nel 1913 la prima teoria dell'atomo di idrogeno si concentrò sulla dinamica degli stati stazionari, e inizialmente mise da parte il problema del meccanismo dettagliato attraverso il quale vengono prodotti i quanti di luce. Con la cosiddetta "teoria semiclassica", in cui il campo e.m. rimaneva quello visto da Maxwell, e gli elettroni dell'atomo quantistico venivano perturbati dalla presenza di un campo esterno (per es. un'onda e.m.), si cercava di mettere la struttura quantistica degli atomi in rapporto con l'elettrodinamica classica, nel tentativo di spiegare come facessero gli atomi a emettere o ad assorbire radiazione. Questa forma della teoria rendeva conto delle righe spettrali, anche in dettagli molto sottili, come le intensità delle diverse righe, il perché certe transizioni fra livelli atomici fossero possibili e altre proibite, ecc. Tuttavia in questa trattazione non esiste la cosiddetta "emissione spontanea". Proprio quella che nella fisica classica risultava in modo naturale, come dovuta al moto accelerato di una carica. L'emissione spontanea in termini quantistici significa che se noi portiamo un atomo a un livello di energia più alto del fondamentale, quello non resta lì in eterno: prima o poi emette un fotone e torna allo stato di energia più bassa. Nella teoria semiclassica ciò non avviene, perché se l'atomo è in uno stato eccitato, ma si trova nel "vuoto", ossia non ci sono campi e.m. prodotti da altre sorgenti, quello stato è "stazionario" e si conserva indefinitamente. Infatti non c'è niente con cui l'atomo possa interagire, e preso a sé la sua energia si conserva.

Einstein 1916-1917

Transizioni radiative spontanee e indotte

*“Ho avuto una splendida illuminazione circa
l’assorbimento e l’emissione della radiazione”
(Einstein a Besso, novembre 1916)*

Einstein approfondisce il suo principio euristico in tre articoli.

Ipotesi del tutto generali circa l’interazione tra radiazione e materia, senza ipotesi specifiche sulle proprietà intrinseche dei corpi che interagiscono con la radiazione: “[Tali oggetti] saranno chiamati nel seguito molecole...”

Albert Einstein

La teoria quantica della radiazione (1917)

La teoria di Bohr, fondata su assunzioni che si erano rivelate assai produttive ma che erano tuttavia di carattere empirico, non chiariva la natura dell'interazione tra radiazione e materia. Una delle questioni di base da risolvere era quella di individuare quali leggi determinassero le probabilità delle transizioni tra due stati stazionari, giacché la teoria di Bohr si limitava a prescrivere le possibili energie di queste transizioni, senza dir nulla sulle loro intensità. Nel frattempo c'erano stati enormi progressi verso l'interpretazione della fenomenologia atomica attraverso la teoria quantistica.

Il primo serio tentativo di gettare un ponte tra la teoria quantistica degli stati atomici e la teoria quantistica della radiazione venne tra il 1916 e il 1917, quando Einstein, riflettendo sul significato della radiazione di corpo nero di Planck, fece una discussione fenomenologica sulle transizioni radiative spontanee e indotte. Servendosi di leggi statistiche generali (vedi lavoro sul moto browniano). Nel corso di quel lavoro sollevò alcune questioni che formano il punto di partenza della teoria quantistica dei campi.

Einstein studiò l'equilibrio termico di un gas di molecole interagenti con radiazione elettromagnetica (il sistema è complessivamente in equilibrio termico).

Siano $E_m > E_n$ una coppia di livelli energetici della molecola occupati ciascuno da N_m , N_n molecole (all'equilibrio) e sia ρdv l'energia della radiazione per unità di volume nell'intervallo di frequenza dv .

La teoria quantica della radiazione

Einstein assunse che “Per effetto di una densità di radiazione il numero dW delle transizioni atomiche (“cambiamenti di stato per assorbimento di radiazione”) per intervallo di tempo dt è dato da

$$dW_{m \rightarrow n} = N_m (\rho B_{mn} + A_{mn}) dt$$

$$dW_{n \rightarrow m} = N_n \rho B_{nm} dt$$

dove i coefficienti A_{mn} , B_{mn} , B_{nm} , sono noti rispettivamente come i coefficienti dell'emissione spontanea e dell'emissione e assorbimento indotto rispettivamente (processi legati a specifiche frequenze). Ma la reversibilità microscopica implica che i dW legati al passaggio dallo stato m allo stato n e viceversa devono essere uguali (Born: “Questa osservazione indicò per la prima volta che l'interazione dei sistemi atomici coinvolge sempre due stati in modo simmetrico”). Processi visti come transizione fra due stati che intervengono simmetricamente nelle leggi di interazione con agenti esterni. In certe situazioni limite, osservava ancora Einstein, si devono ottenere la legge di Raileigh-Jeans e la legge di Wien. Utilizzando queste considerazioni trova che valgono certe relazioni tra i coefficienti.

Einstein notava a riguardo: “Le costanti A e B potrebbero essere calcolate direttamente se fossimo in possesso di una elettrodinamica e di una meccanica modificata nel senso dell'ipotesi quantistica”.

Un ponte tra atomi e radiazione e molto di più...

Einstein trovò che nell'emissione il fotone viene generato con un'energia

$$h\nu = E_m - E_n$$

Perché le equazioni per il numero delle transizioni possano condurre alla legge di Planck, è necessario che le transizioni nei due versi siano accompagnate da un singolo quanto di radiazione monocromatica: “[L’equazione] costituisce, com’è noto, la seconda regola fondamentale della teoria spettrale di Bohr...” (connessione tra radiazione di corpo nero e teoria spettrale di Bohr - “patrimonio consolidato della nostra scienza”).

“Tuttavia la conclusione più importante mi sembra quella relativa agli impulsi trasferiti... $h\nu/c$ [nella direzione di propagazione del fascio (assorbimento) o nella direzione opposta (cessione)]”.

“Se la molecola subisce, senza eccitazione esterna, una perdita di energia di entità $h\nu$, cedendo questa energia sotto forma di radiazione (emissione), si tratterà anche in questo caso [ha già discusso il caso in cui tale impulso viene trasferito o ceduto] di un processo orientato. Non esiste emissione di radiazione per onde sferiche. Nel processo elementare di emissione la molecola subisce un contraccolpo di valore $h\nu/c$ in una direzione che, allo stato attuale della teoria, è determinata solo dal ‘caso’”.

A lui sembrò una debolezza, ma in effetti la novità e la forza della meccanica quantistica risiedono nel fatto che gli eventi individuali non obbediscono al principio classico di causalità. Questo divenne chiaro più tardi.

Einstein sottolinea l'importanza di discutere lo scambio di impulso (generalmente trascurato per la sua “piccolezza”) in virtù dello “stretto legame” tra energia e impulso: “piccoli effetti da considerare della stessa importanza...”.

Il “gatto del Cheshire”

Nonostante la teoria di Bohr del 1913 violasse la meccanica classica, la necessità di una visualizzazione si traduceva nell'enfatizzare che i simboli matematici della meccanica classica permettevano di immaginare l'atomo come un minuscolo sistema copernicano. Una opportuna quantizzazione delle leggi della meccanica classica sono utilizzate da Bohr per calcolare le orbite permesse per l'elettrone, gli stati stazionari. E tuttavia la meccanica classica non è in grado di rappresentare o visualizzare l'elettrone in transito lungo tali orbite. L'elettrone si comporta come quello che gli inglesi chiamano il “gatto del Cheshire” (lo “stregatto” reso famoso dalla favola di Alice nel paese delle meraviglie), perché il salto quantico, la “discontinuità essenziale”, non è visualizzabile. L'elettrodinamica classica non è inoltre in grado di rendere minimamente conto di una qualsiasi caratteristica relativa alla radiazione emessa nel corso della transizione.

Nel 1921 Bohr propone una teoria della tavola periodica degli elementi confermata dalla scoperta dell'Hafnio nel dicembre 1922. Ma la teoria di Bohr-Sommerfeld si stava dimostrando sempre più inadeguata.

Verso il 1923 l'immagine di un atomo planetario cominciava a traballare fortemente, non soltanto per l'inadeguatezza ad affrontare atomi più complessi di quello di idrogeno, ma anche perché la teoria veniva messa in seria difficoltà quando si considerava l'interazione tra atomi e luce, come riconobbe lo stesso Bohr nel 1923 [Über di Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau. I. Die Grundpostulate der

Ancora l'elettrone secondo Bohr

Il nodo fondamentale stava nella difficoltà di riconciliare le discontinuità essenziali della fisica atomica con la intrinseca continuità dell'elettrodinamica classica. La critica principale contro l'immagine del quanto di luce di Einstein risiedeva proprio nella impossibilità di spiegare il fenomeno dell'interferenza e tuttavia la sua innegabile utilità nella spiegazione di certi fenomeni rinforzava le convinzioni di Bohr che una descrizione priva di contraddizioni dei processi atomici non poteva essere raggiunta attraverso "l'uso di concezioni prese in prestito dall'elettrodinamica classica". Poiché le leggi di conservazione della fisica classica sono legate alla descrizione di uno spazio tempo continuo, allora queste leggi potrebbero "non possedere validità illimitata". La sua guida nel dominio atomico restava il principio di corrispondenza, che gli avrebbe permesso di "fare assunzioni del tutto esterne alla teoria quantistica". Una di queste era il meccanismo di accoppiamento che aveva radici nel lavoro di Ehrenfest del 1906, e di Debye del 1910 che discutevano la radiazione in una cavità e la legge di Planck usando il metodo dei modi normali proposto da Rayleigh e Jeans (analogia formale tra descrizione matematica dei modi normali di un campo d'onda e gli oscillatori). Bohr propose che tale meccanismo fosse attivato quando un atomo viene illuminato da luce contenente frequenze capaci di indurre transizioni tra stati stazionari. L'atomo risponde alla radiazione come un certo numero di oscillatori classici, ciascuno dei quali oscilla con frequenza di una transizione quantistica. La probabilità dello scambio di energia viene calcolata combinando il meccanismo di accoppiamento con il principio di corrispondenza. In questo modo i coefficienti di Einstein fanno il loro ingresso nella fisica atomica e tuttavia tutto ciò consentiva a Bohr di fare a meno della "cosiddetta ipotesi dei quanti di luce".

Gli “oscillatori virtuali” di Bohr e l'effetto Compton

Nel 1924 il meccanismo di accoppiamento fornì a Bohr, Kramers e Slater un modo per evitare di interpretare l'effetto Compton in termini di quanti di luce. Secondo Bohr la tensione tra le due concezioni della luce si sarebbe dovuta risolvere sulla base della teoria ondulatoria. Nonostante le discontinuità essenziali della fisica atomica, la nostra “intuizione comune” (Anschauung) richiede che la luce sia un fenomeno ondulatorio. Per escludere i quanti di luce Bohr Kramers e Slater rinunciarono alla conservazione dell'energia: Oltre ad emettere radiazione reale sotto forma di onde sferiche in risposta alla radiazione incidente, assumevano che gli oscillatori del meccanismo di accoppiamento (formalismo degli “oscillatori virtuali”: elettroni legati rappresentati in termini di quantità misurabili per mezzo dell'equazione per il momento di dipolo di un atomo: $P(t) = \sum_q \exp\{2\pi i \nu_q t\}$ dove l'intensità di una riga spettrale è data dal modulo quadro dell'ampiezza U_q , e la sua frequenza misurata è ν_q) emettessero un campo destinato soltanto a rendere conto della probabilità di indurre transizioni verso l'alto in un altro atomo, senza che nell'atomo sorgente ci fosse una corrispondente transizione verso il basso, violando così la conservazione dell'energia e la causalità nei processi individuali. In questo modo BKS cercarono di riconciliare le transizioni atomiche discontinue con il campo di radiazione continuo.

Interpretazione B-K-S dell'effetto Compton

L'effetto Compton veniva così interpretato: Ciascun elettrone illuminato nel cristallo bersagli emette onde coerenti secondarie che possono essere interpretate come la solita luce diffusa da un oscillatore armonico (in questo caso virtuale). Come conseguenza del campo di radiazione virtuale, l'elettrone diffuso ha probabilità di avere impulsi in qualsiasi direzione. In questo modo veniva inquadrato come un processo continuo. Bohr considerava questa versione radicale della sua teoria necessaria allo scopo di evitare la paradossale circostanza di avere a che fare con un'entità che può essere simultaneamente onda e particella.

1925 - Bothe e Geiger (coincidenze fra contatori), Compton e Simon (camera a nebbia) dimostrano la conservazione dell'energia nel processo Compton.

Di fronte alla confutazione sperimentale della teoria BKS, e alla possibilità che il quanto di luce potesse essere reale, Bohr era riluttante a rinunciare alle immagini intuitive dei processi atomici, pur accettando le leggi di conservazione per i processi atomici individuali.

Nuovo esperimento di Bothe: Un'onda sferica viene emessa nel processo elementare dell'emissione di luce. Può quest'onda sferica essere capace di generare un processo di assorbimento soltanto nella direzione di emissione o è in grado di farlo in varie direzioni statisticamente indipendenti, come affermato dalla teoria BKS? Bothe fu in grado di concludere che: "Sebbene esista un campo d'onda che si propaga secondo le leggi classiche, l'energia non risulta tuttavia distribuita in modo continuo come richiede l'elettrodinamica classica, ma è concentrata in quanti di luce".

La nuova meccanica quantistica

Va sottolineato che la rappresentazione per “oscillatori virtuali” è al centro dell’ “invenzione” di Heisenberg della nuova meccanica quantistica o meccanica delle matrici nel giugno del 1925, basata “esclusivamente su relazioni tra quantità che in linea di principio sono [empiricamente] osservabili. Restava la preoccupazione legata alla mancanza di una “interpretazione intuitiva” (*anschaulische*) da parte di Bohr, Born e Heisenberg.

A questo punto appare chiaro che con la pubblicazione dei lavori di Schrödinger del 1926, la richiesta di una qualche forma di visualizzazione dei processi atomici si intensificò e lo stesso Schrödinger scrisse che aveva formulato la meccanica ondulatoria perché “si sentiva scoraggiato per non dire respinto... dalla mancanza di visualizzabilità (*Anschaulichkeit*) della meccanica quantistica. Offriva quindi una rappresentazione visuale basata sulla comune intuizione dei processi atomici che avvenivano senza discontinuità come fenomeni ondulatori.

Alla metà del 1926 c’erano quindi due teorie atomiche apparentemente dissimili. La meccanica quantistica di Heisenberg era su base corpuscolare e tuttavia rinunciava a qualsiasi visualizzazione del corpuscolo legato in sé per sé. Il suo apparato matematico era assolutamente non familiare per la maggior parte dei fisici. La meccanica ondulatoria era una teoria basata su un continuo di onde di materia. Il suo apparato matematico familiare fu determinante per fare i calcoli e inoltre rivendicava la restaurazione della intuizione corrente, per questo motivo fu bene accolta da molti fisici, Einstein incluso.

Dalla meccanica quantistica all'elettrodinamica quantistica

Lo sviluppo della meccanica quantistica aveva prodotto regole per la descrizione dei sistemi di particelle microscopiche che promuovevano le variabili dinamiche fondamentali di un corrispondente sistema classico in operatori dotati di specifiche regole di commutazione. In questo modo un sistema inizialmente descritto nel linguaggio delle particelle classiche, acquistava caratteristiche associate con la visione ondulatoria classica complementare. Si sapeva che la radiazione elettromagnetica contenuta in una scatola, quando veniva considerata come un sistema dinamico classico, era equivalente da un punto di vista energetico a un numero infinito numerabile di oscillatori armonici. Applicando la procedura di quantizzazione a questi oscillatori fittizi il campo classico di radiazione assumeva caratteristiche descrivibili nel linguaggio complementare di particella classica. La teoria dell'emissione e assorbimento di quanti di luce da parte di sistemi atomici segna l'inizio dell'elettrodinamica quantistica, come teoria del sistema dinamico quantistico formato dal campo elettromagnetico interagente con particelle cariche.

Prima digressione

OscillatoreArmonicoQuantistico.doc

Seconda digressione

“Quantizzazione” del campo di radiazione

QuantizzazioneCampoRadiazione.doc

Preludi di quantizzazione del campo

Pascual Jordan

Nel 1929 Heisenberg ancora scriverà che “l’esistenza dell’elettrone” è incomprensibile per la teoria ondulatoria come “l’esistenza del quanto di luce” lo è per la teoria di Maxwell. Il problema fondamentale per il quanto di luce era come potesse produrre interferenza. Il problema fondamentale concernente l’elettricità era come la quantizzazione della carica elettrica potesse essere dedotta dalla funzione d’onda di Schrödinger, perché, secondo la meccanica ondulatoria, la carica totale di un corpo è

$$e \int \psi^* \psi d^3 r$$

Come poteva l’integrale di volume del prodotto di due funzioni d’onda essere un intero?

Pascual Jordan affrontò questa problematica nel *Dreimänner-Arbeit* del 1926, scritto con Born e Heisenberg, nella sezione “Oscillatori armonici accoppiati. Statistica dei campi d’onda”. Jordan propone di separare completamente i due aspetti del problema “la teoria ondulatoria, dalla teoria dei quanti di luce”.

Il problema era il seguente: Come possono interferire i termini ondulatori per fornire la corretta legge di fluttuazione per la radiazione di cavità?”

•QuantizzazioneCampoBJH.doc

Simmetria intrinseca

Heisenberg e lo spettro dell'elio

Nonostante gli sforzi di Born Heisenberg e Pauli gli stati stazionari del più semplice sistema atomico a tre corpi, lo ione He^+ , e l'atomo di elio, non erano deducibili dalla teoria atomica di Bohr.

Nel giugno del 1926 Heisenberg fornì una risposta a questo scottante problema con un notevole lavoro intitolato "Il problema a molti corpi e la risonanza nella meccanica quantistica" dove inventava il concetto totalmente non classico di simmetria intrinseca espressamente per esplorare il problema dei sistemi a molti corpi. Il concetto fu rivelatore delle più profonde conseguenze della mancanza di continuità e visualizzazione per i sistemi atomici.

Heisenberg trovò che dilemmi relativi alla natura delle righe nello spettro dell'elio e il numero degli stati stazionari di un sistema quantomeccanica a molti elettroni erano connessi a un ben più profondo dilemma concettuale, che metteva per la prima volta in luce le implicazioni del principio di esclusione per particelle identiche.

Heisenberg trattò il problema di due oscillatori identici accoppiati simmetricamente. Trovò un risultato derivante dalla simmetria dell'Hamiltoniana del sistema sotto permutazione delle particelle.

Le statistiche quantistiche

• In un lavoro successivo Heisenberg generalizza il problema a n corpi: per n sistemi identici ci sono $n!$ stati stazionari degeneri (come ci si aspetta dalla statistica di Boltzmann!), ma anche qui la natura ne sceglie soltanto uno, perché la statistica di B-E riduce il peso statistico da $n!$ a uno e il principio di esclusione seleziona la funzione d'onda totalmente antisimmetrica. Heisenberg all'epoca, per sua stessa ammissione, mescolava le due statistiche. Immediatamente dopo Dirac pubblica un lavoro *On the theory of quantum mechanics* in cui non si riferisce ad atomi particolari e quindi non esclude la funzione d'onda totalmente simmetrica. Anche lui è piuttosto sorpreso dai risultati: la meccanica quantistica è “nell'impossibilità di decidere quale soluzione sia corretta [simmetrica o antisimmetrica], ma l'antisimmetrica è in accordo con il principio di esclusione.

• Già nell'agosto del 1926 Dirac aveva formulato una teoria dei coefficienti B- di Einstein che governano l'assorbimento di radiazione e l'emissione stimolata. Era la prima volta che venivano dedotti sulla base della nuova meccanica quantistica. Aveva trattato gli atomi dal punto di vista quantomeccanico, ma considerando ancora il campo di Maxwell come un campo classico, una perturbazione agente sul sistema atomico che poteva portare a transizioni in cui il sistema assorbiva un quanto di energia o lo emetteva, saltando da uno stato all'altro. Restava il fatto che il metodo risultava inadeguato per spiegare i coefficienti A di Einstein per l'emissione spontanea. In questo lavoro Dirac si occupò di sistemi atomici contenenti molte particelle ottenendo l'importante risultato che un insieme di particelle identiche che obbediscono alla statistica di Bose-Einstein o di Fermi sono rispettivamente descritte da funzioni d'onda simmetriche o antisimmetriche. Il tutto segue dalla “indistinguibilità fisica” di sistemi in cui atomi identici o elettroni scambiano i loro ruoli.

P.A.M. Dirac e i fondamenti dell'elettrodinamica

Jordan aveva aperto la via, ma per scoprire come funziona realmente il meccanismo per la creazione e annichilazione dei fotoni è necessario considerare l'accoppiamento di radiazione quantizzata con la materia. I primi passi di questo lungo cammino furono intrapresi di lì a poco da Dirac.

All'inizio del 1927 Dirac pone i fondamenti dell'elettrodinamica quantistica studiando un sistema dinamico consistente in un atomo interagente con un campo di radiazione nel lavoro intitolato "The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation".

Usa due approcci uno di tipo "corpuscolare" e uno di tipo "ondulatorio".

Nel corpuscolare i quanti di luce sono descritti come un insieme di "particelle non interagenti che si muovono alla velocità della luce e soddisfano la statistica di Bose-Einstein".

Dirac confina il campo in una cavità, in modo da avere un insieme discreto di gradi di libertà e ricondurre la trattazione a un insieme di oscillatori armonici, ma utilizza un sistema più generale della corda unidimensionale.

Jordan e Dirac

Due linee di pensiero

- Per Jordan c'è il campo con la sua estensione spaziale e continuità, con le sue proprietà ondulatorie. Trattando le ampiezze delle onde stazionarie della radiazione in una cavità come variabili dinamiche quantistiche, il campo acquista le proprietà corpuscolari che Einstein aveva trovato nel 1905 utilizzando il formalismo della termodinamica statistica. Le proprietà corpuscolari delle onde elettromagnetiche derivano dalle condizioni di quantizzazione imposte sulle ampiezze dell'onda cioè dalla non commutatività delle variabili dinamiche del campo.
- Per Dirac la meccanica quantistica ha le sue radici nel formalismo Hamiltoniano della meccanica classica. Un formalismo fortemente radicato nella teoria del moto di corpi materiali, piuttosto che nella teoria dell'elettromagnetismo. Per costruire una corretta teoria quantistica del campo elettromagnetico è necessario partire dalla natura corpuscolare della radiazione.
- DIRAC.doc

Seconda quantizzazione per i fermioni

- Jordan e Klein
- Jordan e Wigner
- 1927-1928

- QuantizzazioneFermioni.doc

“The steady progress of physics requires for its formulation a mathematics which is continuously more advanced... actually the modern physical developments have required a mathematics that continually shifts its foundations and gets more abstract. Non-euclidean geometry and non-commutative algebra, which were at one time considered to be purely fictions of the mind and pastimes for logical thinkers, have now been found to be very necessary for the description of general facts of the physical world. It seems likely that this process of increasing abstraction will continue in the future ...”

P.A.M. Dirac, 1931

“I express once and for all, my deep respect for the work of the experimenter and for his fight to wring significant facts from an inflexible Nature, who says so distinctly “No” and so indistinctly “Yes” to our theories.

Hermann Weyl

Introduzione a Group Theory and Quantum Mechanics